

Una equació exponencial és aquella equació en què la incògnita apareix a l'exponent.

$$a^{f(x)} = b^{g(x)}$$

La seva resolució passa per aconseguir arribar a una igualtat de potències d'igual base ...

$$A^{m(x)} = A^{n(x)}$$

... i, aleshores, igualar els exponents i resoldre la nova equació (lineal, de 2n grau o biquadrada).

$$m(x) = n(x)$$

Equació exponencial (tipus 1)

Exemple 1:

$$8^{3x-2} = 64$$

1. Igualem les bases $8^{3x-2} = 8^2$

2. Igualem els exponents $3x - 2 = 2$

3. Resolem l'equació $x = \frac{2+2}{3}$

$$x = \frac{4}{3} = 1.33$$

4. Solució

$$x = \frac{4}{3}$$

Exemple 2:

$$3^{x^2+9x+9} = 3$$

1. Igualem les bases $3^{x^2+9x+9} = 3^1$

2. Igualem els exponents $x^2 + 9x + 9 = 1$

3. Resolem l'equació $x^2 + 9x + 8 = 0$

4. Solució

$$x = -8$$

$$x = -1$$

Equació exponencial (tipus 2) amb canvi de variable

Exemple 1:

$$-2 \cdot 6^{2x} + 8 \cdot 6^{2x} = 216$$

1. Fem un canvi de variable $t = 6^{2x}$

2. Ara l'equació es transforma en $-2t + 8t = 216$

3. Resolem l'equació amb "t" $6t = 216$

$$t = \frac{216}{6}$$

4. Solució de t

$$t = 36 = 6^{2x}$$

5. Desfem el canvi i solucionem amb "x"

$$6^{2x} = 36$$

$$6^{2x} = 6^2$$

$$2x = 2$$

6. Solució

$$x = 1$$

Exemple 2:

$$4^{14x} - 15 \cdot 4^{7x} + 3 = 19$$

$$(4^{7x})^2 - 15 \cdot 4^{7x} + 3 = 19$$

1. Fem un canvi de variable $t = 4^{7x}$

2. Ara l'equació es transforma en $t^2 - 15t + 3 = 19$

3. Resolem l'equació amb "t" $t^2 - 15t - 16 = 0$

4. Solució de t

$$t_1 = 16$$

$$t_2 = -1$$

5. Desfem el canvi i solucionem amb "x"

$$4^{7x} = 16$$

$$4^{7x} = 4^2$$

$$7x = 2$$

6. Solució

$$x = \frac{2}{7}$$

$4^{7x} = -1$
Impossible!



ILLA SIMPATIA

Francesc Forcada 2011

<http://www.illasimpatia.cat>

Equació exponencial (tipus 3) amb bases diferents

Exemple 1:

$$3^{3x+3} = 2^{2x+9}$$

1. Apliquem logaritmes

$$\ln(3^{3x+3}) = \ln(2^{2x+9})$$

2. Apliquem la propietat
 $n \cdot \log(p) = \log(p^n)$

$$(3x + 3) \ln(3) = (2x + 9) \ln(2)$$

3. Resolem l'equació
de primer grau

$$3x \ln(3) + 3 \ln(3) = 2x \ln(2) + 9 \ln(2)$$

$$3x \ln(3) - 2x \ln(2) = 9 \ln(2) - 3 \ln(3)$$

$$(3 \ln(3) - 2 \ln(2)) x = 9 \ln(2) - 3 \ln(3)$$

$$x = \frac{9 \ln(2) - 3 \ln(3)}{3 \ln(3) - 2 \ln(2)}$$

4. Solució

$$x = 1.5409$$

Exemple 2:

$$3^{2x+1} = 5^{-3x+6}$$

1. Apliquem logaritmes

$$\ln(3^{2x+1}) = \ln(5^{-3x+6})$$

2. Apliquem la propietat
 $n \cdot \log(p) = \log(p^n)$

$$(2x + 1) \ln(3) = (-3x + 6) \ln(5)$$

3. Resolem l'equació
de primer grau

$$2x \ln(3) + 1 \ln(3) = -3x \ln(5) + 6 \ln(5)$$

$$2x \ln(3) + 3x \ln(5) = 6 \ln(5) - 1 \ln(3)$$

$$(2 \ln(3) + 3 \ln(5)) x = 6 \ln(5) - 1 \ln(3)$$

$$x = \frac{6 \ln(5) - 1 \ln(3)}{2 \ln(3) + 3 \ln(5)}$$

4. Solució

$$x = 1.2181$$

Exemple 3:

$$8^{3x-2} = 2^{4x-4}$$

1. Apliquem logaritmes

$$\ln(8^{3x-2}) = \ln(2^{4x-4})$$

2. Apliquem la propietat
 $n \cdot \log(p) = \log(p^n)$

$$(3x - 2) \ln(8) = (4x - 4) \ln(2)$$

3. Resolem l'equació
de primer grau

$$3x \ln(8) - 2 \ln(8) = 4x \ln(2) - 4 \ln(2)$$

$$3x \ln(8) - 4x \ln(2) = -4 \ln(2) + 2 \ln(8)$$

$$(3 \ln(8) - 4 \ln(2)) x = -4 \ln(2) + 2 \ln(8)$$

$$x = \frac{-4 \ln(2) + 2 \ln(8)}{3 \ln(8) - 4 \ln(2)}$$

4. Solució

$$x = 0.4$$