# INVERSA D'UNA MATRIU 2x2
## -Utilitzant la definició-

Donada la matriu A $= \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, calcula'n la matriu inversa.

*Sigui* $A^{-1} = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$. *S'ha de complir, per definició, que :*

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x+z & -y+t \\ -2\,x+z & -2y+t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

*Igualant els elements de les columnes :*

$$\left.\begin{array}{r} -x+z=1 \\ -2\,x+z=0 \end{array}\right\} \qquad \left.\begin{array}{r} -y+t=0 \\ -2y+t=1 \end{array}\right\}$$

*Resolent els sistemes tenim que :*

$$\begin{array}{ll} x=1 & y=-1 \\ z=2 & t=-1 \end{array}$$

*I la matriu inversa de A és :*

$$\boxed{A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}}$$

*Podem comprovar que, efectivament*

$$A\,.\,A^{-1} = A^{-1}\,.\,A = I_2$$

Donada la matriu A $= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, calcula'n la matriu inversa.

*Sigui* $A^{-1} = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$. *S'ha de complir, per definició, que :*

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0-z & 0y-t \\ 2\,x+2z & 2y+2t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

*Igualant els elements de les columnes :*

$$\left.\begin{array}{r} 0-z=1 \\ 2\,x+2z=0 \end{array}\right\} \qquad \left.\begin{array}{r} 0y-t=0 \\ 2y+2t=1 \end{array}\right\}$$

*Resolent els sistemes tenim que :*

$$\begin{array}{ll} x=1 & y=0.5 \\ z=-1 & t=0 \end{array}$$

*I la matriu inversa de A és :*

$$\boxed{A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0.5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}$$

*Podem comprovar que, efectivament*

$$A\,.\,A^{-1} = A^{-1}\,.\,A = I_2$$


ILLA SIMPATIA
Francesc Forcada 2011
http://www.illasimpatia.cat

# INVERSA D'UNA MATRIU 2x2
## -Utilitzant la definició-

Donada la matriu A $= \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, calcula'n la matriu inversa.

*Sigui* $A^{-1} = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$. *S'ha de complir, per definició, que :*

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x-z & -y-t \\ 2\,x+3z & 2y+3t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

*Igualant els elements de les columnes :*

$$\left.\begin{matrix} -x-z=1 \\ 2\,x+3z=0 \end{matrix}\right\} \qquad \left.\begin{matrix} -y-t=0 \\ 2y+3t=1 \end{matrix}\right\}$$

*Resolent els sistemes tenim que :*

$$\begin{matrix} x=-3 & y=-1 \\ z=2 & t=1 \end{matrix}$$

*I la matriu inversa de A és :*

$$\boxed{A^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}}$$

*Podem comprovar que, efectivament*

$$A\,.\,A^{-1} = A^{-1}\,.\,A = I_2$$

Donada la matriu A $= \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, calcula'n la matriu inversa.

*Sigui* $A^{-1} = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$. *S'ha de complir, per definició, que :*

$$\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3\,x-z & -3y-t \\ -x-z & -y-t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

*Igualant els elements de les columnes :*

$$\left.\begin{matrix} -3\,x-z=1 \\ -x-z=0 \end{matrix}\right\} \qquad \left.\begin{matrix} -3y-t=0 \\ -y-t=1 \end{matrix}\right\}$$

*Resolent els sistemes tenim que :*

$$\begin{matrix} x=-0.5 & y=0.5 \\ z=0.5 & t=-1.5 \end{matrix}$$

*I la matriu inversa de A és :*

$$\boxed{A^{-1} = \begin{pmatrix} -0.5 & 0.5 \\ 0.5 & -1.5 \end{pmatrix}}$$

*Podem comprovar que, efectivament*

$$A\,.\,A^{-1} = A^{-1}\,.\,A = I_2$$


ILLA SIMPATIA
Francesc Forcada 2011
http://www.illasimpatia.cat