

Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

Sèrie 1

Indiqueu l'opció triada:

Exercici 4: Opció A ☐ Opció B ☐

Espai per a la correcció

Qualificació	
Exercici 1	
Exercici 2	
Exercici 3	
Exercici 4	
Suma de notes parcials	
Qualificació final	

Espai per a la revisió

Comprovació	2a correcció

Etiqueta de qualificació

Etiqueta de correcció

Etiqueta de l'estudiant

Ubicació del tribunal

Número del tribunal

L'examen consta de QUATRE exercicis obligatoris. Cada exercici val 2,5 punts. Feu els exercicis 1, 2 i 3 responent a TOTES les qüestions que s'hi plantegen. A l'exercici 4, trieu UNA de les dues opcions (A o B) proposades i indiqueu-la a la portada.

En totes les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què. Cal que la redacció de la resposta es faci de manera coherent, amb correcció i claredat, emprant la notació i el vocabulari matemàtic adequats i expressant la solució de manera clara.

Podeu utilitzar la pàgina en blanc del final del quadern per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a algun exercici si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de l'exercici corresponent.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Exercici 1

[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 1	
---------------------------------	--

Un metge comença a fer divulgació sobre salut a les xarxes socials. A mesura que publica continguts relacionats amb aquest tema, observa un augment en el nombre de seguidors. En un moment determinat grava un vídeo polèmic i perd un petit nombre de seguidors, però al cap d'uns dies en publica un altre que té molt d'èxit i, a partir d'aleshores, el nombre de seguidors torna a créixer. La funció que descriu el nombre de seguidors en funció del temps t , mesurat en setmanes, és $f(t) = 10t^3 - 120t^2 + 450t + 700$, $t \in [0, 10]$.

1.1. Quants seguidors té a l'inici? Quants en té al cap de 10 setmanes?

Estudieu els intervals de creixement i decreixement de la funció i determineu-ne els extrems locals. Feu un esbós de la gràfica utilitzant la informació obtinguda.

[1,5 punts]

Puntuació de l'apartat 1.1	
----------------------------	--

1.2. Quina setmana penja el vídeo polèmic i quants seguidors té en aquell moment? Quina setmana penja el vídeo que té molt d'èxit? Al llarg de les 10 setmanes, en quin moment té més seguidors?

[1 punt]

Puntuació de l'apartat 1.2	
----------------------------	--

Exercici 2

[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 2	
---------------------------------	--

Un pagès produeix diferents tipus de fruites: maduixes, albercocs i cireres, que es venen en caixes a preus diferents. Sabem que una comanda de 5 caixes de maduixes, 3 d'albercocs i 4 de cireres té un cost total de 120 €. D'altra banda, una comanda de 2 caixes de maduixes, 1 d'albercocs i 3 de cireres té un cost total de 56 €.

2.1. Calculeu el preu d'una caixa de maduixes i el preu d'una caixa d'albercocs en funció del preu d'una caixa de cireres.

Amb aquesta informació, calculeu quin és el preu d'una comanda de 6 caixes de maduixes, 4 d'albercocs i 2 de cireres.

[1,5 punts]

Puntuació de l'apartat 2.1	
----------------------------	--

- 2.2.** Si sabem que el preu d'una caixa d'albercocs és de 12,50 €, calculeu quin és el preu de les altres dues caixes de fruita.

[1 punt]

Puntuació de l'apartat 2.2	
----------------------------	--

Exercici 3

[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 3	
---------------------------------	--

Una empresa de telecomunicacions considera que una pàgina web és eficient si el seu temps de càrrega és inferior a 3 segons. L'empresa afirma que almenys el 50 % de les pàgines web que gestiona són eficients. Per comprovar aquesta afirmació, seleccionem una mostra aleatòria de $n = 2.500$ pàgines web gestionades per aquesta empresa.

FÓRMULES PER A RESOLDRE L'EXERCICI:

- $Z \sim \text{normal}(0, 1) \rightarrow P(-1,96 \leq Z \leq 1,96) = 0,95$ i $P(-2,58 \leq Z \leq 2,58) = 0,99$

- Intervals de confiança amb un nivell de confiança $\gamma \in (0, 1)$

- per a la proporció (mostres grans):

$$\left[\hat{p} - z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$$

- per a la mitjana (mostres normals amb la variància σ^2 coneguda):

$$\left[\bar{x} - z_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

- per a la mitjana (mostres grans amb la variància σ^2 desconeguda):

$$\left[\bar{x} - z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

- 3.1. Suposem que, cada vegada que seleccionem una pàgina web per a la mostra, aquesta pot ser eficient (o no ser-ho) amb una probabilitat $p = 0,5$ i que el fet que una pàgina sigui eficient (o no) és independent del fet que la resta de pàgines ho siguin (o no). Considerem la variable aleatòria X , que compta el nombre de pàgines, d'entre les 2.500 de la mostra, que són eficients.

Quina distribució té la variable X ? Calculeu la probabilitat que com a molt 1.299 pàgines siguin eficients. Per a fer-ho, utilitzeu l'aproximació per la distribució normal sense fer la correcció per continuïtat.

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 3.1	
----------------------------	--

- 3.2.** En la mostra de $n = 2.500$ pàgines web, hem obtingut una mitjana mostral del temps de càrrega de $\bar{x} = 2,95$ segons i una desviació típica mostral de $s = 0,38$ segons.

Construïu un interval de confiança del 95 % per al temps mitjà de càrrega de les pàgines web que gestiona l'empresa. A partir de l'interval obtingut, què podem dir sobre l'afirmació de l'empresa que almenys el 50 % de les pàgines web que gestiona són eficients?

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 3.2	
----------------------------	--

Exercici 4

[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 4

La taula següent recull el nombre d'estudiants de grau (G), màster (M) i doctorat (D) matriculats a les tres facultats —Ciències (C), Enginyeria (E) i Lletres (L)— d'una petita universitat.

Facultat	Grau (G)	Màster (M)	Doctorat (D)	Total
Ciències (C)	450	172	41	663
Enginyeria (E)	445	178	45	668
Lletres (L)	438	183	48	669
Total	1.333	533	134	2.000

Trieu UNA de les dues opcions (A o B) i responeu a les qüestions que s'hi plantegen. Indiqueu a la portada de l'examen l'opció escollida.

OPCIÓ A

- 4.1. Si escollim un estudiant a l'atzar, quina és la probabilitat que sigui un estudiant de doctorat de la Facultat de Lletres?

Si escollim a l'atzar un estudiant que cursa un màster, quina és la probabilitat que estudiï a la Facultat d'Enginyeria?

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 4.1

- 4.2. Expresseu la informació de la taula (sense els totals) mitjançant una matriu 3×3 i calculeu, utilitzant un producte de matrius, el vector amb el nombre total d'estudiants de grau, màster i doctorat de la universitat.

Sabem que els estudiants de grau paguen 1.000 € de matrícula; els de màster, 1.500 €, i els de doctorat, 500 €. Per mitjà d'un producte de matrius, calculeu l'import total que ingressa la universitat en concepte de matrícules.

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 4.2

OPCIÓ B

- 4.1. Si escollim un estudiant a l'atzar, quina és la probabilitat que sigui un estudiant de màster de la Facultat de Ciències?

Si escollim a l'atzar un estudiant de la Facultat d'Enginyeria, quina és la probabilitat que cursi un màster?

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 4.1

- 4.2. Sabem que, en total, hi ha 1.036 estudiants que gaudeixen d'una beca. També sabem que, si considerem conjuntament els estudiants de grau i màster, la meitat estan becats, i que hi ha el mateix nombre d'estudiants becats de màster que de doctorat.

Determineu quants estudiants becats hi ha de cada nivell educatiu (grau, màster i doctorat).

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 4.2

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a algun exercici.]

Comprovació i 2a correcció:

3a correcció:

Etiqueta de l'estudiant

--



IEC
Institut d'Estudis
Catalans

Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

Sèrie 5

Indiqueu l'opció triada:

Exercici 4: Opció A ☐ Opció B ☐

Espai per a la correcció

Qualificació	
Exercici 1	
Exercici 2	
Exercici 3	
Exercici 4	
Suma de notes parcials	
Qualificació final	

Espai per a la revisió

Comprovació	2a correcció

Etiqueta de qualificació

Etiqueta de correcció

Etiqueta de l'estudiant

Ubicació del tribunal

Número del tribunal

L'examen consta de QUATRE exercicis obligatoris. Cada exercici val 2,5 punts. Feu els exercicis 1, 2 i 3 respondent a TOTES les qüestions que s'hi plantegen. A l'exercici 4, trieu UNA de les dues opcions (A o B) proposades i indiqueu-la a la portada.

En totes les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què. Cal que la redacció de la resposta es faci de manera coherent, amb correcció i claredat, emprant la notació i el vocabulari matemàtic adequats i expressant la solució de manera clara.

Podeu utilitzar la pàgina en blanc del final del quadern per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a algun exercici si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de l'exercici corresponent.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Exercici 1

[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 1	
---------------------------------	--

Després d'un seguit de pluges torrencials s'ha fet un estudi de la capacitat d'aigua emmagatzemada a tres embassaments: el de Darnius Boadella, el de Sau i el de la Baells. Sabem que l'aigua emmagatzemada als tres embassaments és de 112 hm^3 i que el de la Baells conté la mateixa quantitat que el de Sau i el de Darnius Boadella junts.

1.1. Amb aquesta informació, podem saber quanta aigua conté cada embassament? Raoneu la resposta. Quants hectòmetres cúbics d'aigua conté l'embassament de la Baells?

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 1.1	
----------------------------	--

- 1.2.** Si, a més a més, sabem que el 10 % de l'aigua que conté l'embassament de Darnius Boadella més el 20 % de la que conté l'embassament de Sau més el 30 % de la que hi ha al de la Baells sumen $27,2 \text{ hm}^3$, quina quantitat d'aigua conté cada embassament?

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 1.2	
----------------------------	--

Exercici 2

[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 2	
---------------------------------	--

Al campus d'una universitat, el 45 % de l'alumnat hi arriba en tren, el 35 % en autobús i la resta utilitzant mitjans propis. Dels usuaris del tren, el 70 % usa la T-jove, mentre que el 30 % restant fa servir altres tipus de bitllets. Dels usuaris de l'autobús, el 60 % utilitza la T-jove i el 40 % usa altres tipus de bitllets. Dels que arriben al campus per mitjans propis, cap no fa servir la T-jove.

FÓRMULES PER A RESOLDRE L'EXERCICI:

- $Z \sim \text{normal}(0, 1) \rightarrow P(-1,96 \leq Z \leq 1,96) = 0,95$ i $P(-2,58 \leq Z \leq 2,58) = 0,99$

- Intervals de confiança amb un nivell de confiança $\gamma \in (0, 1)$

— per a la proporció (mostres grans):

$$\left[\hat{p} - z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$$

— per a la mitjana (mostres normals amb la variància σ^2 coneguda):

$$\left[\bar{x} - z_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

— per a la mitjana (mostres grans amb la variància σ^2 desconeguda):

$$\left[\bar{x} - z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

- 2.1.** Si escollim un alumne a l'atzar, quina és la probabilitat que faci servir la T-jove per a arribar al campus? Si sabem que un alumne usa la T-jove per a arribar-hi, quina és la probabilitat que ho faci en tren?

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 2.1	
----------------------------	--

- 2.2.** Volem fer un estudi per a saber quant temps tarda l'alumnat a arribar al campus de la universitat des que surt per la porta de casa. Per això vam demanar a una mostra de 300 estudiants que calculessin aquesta dada un dia determinat. Vam obtenir que aquests 300 estudiants de mitjana havien tardat 53 minuts a arribar al campus, i que la desviació típica era de 8 minuts.

Trobeu un interval de confiança del 95 % per al temps que tarden els alumnes a arribar al campus.

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 2.2	
----------------------------	--

Exercici 3

[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 3	
---------------------------------	--

En una localitat costanera han obert un nou local d'oci nocturn amb diverses pistes de ball i zones de descans. Per a accedir-hi, cal comprar una entrada que inclou una consumició. Després d'unes quantes setmanes, els propietaris s'han adonat que si el preu de l'entrada és de 15 €, l'afluència és de 180 clients. També s'han adonat que la relació entre el preu de l'entrada i el nombre de clients és lineal, de manera que per cada euro de més en el preu de l'entrada perden 20 clients. L'aforament del local és de 320 persones.

- 3.1.** Comproveu que el nombre de persones que entren al local en funció del preu és donat per la funció $f(x) = 480 - 20x$. A partir de quin preu cal vendre l'entrada per aconseguir omplir el local? A quin preu no hi anirà ningú?

[0,75 punts]

Puntuació de l'apartat 3.1	
----------------------------	--

- 3.2.** Trobeu una funció que determini els ingressos obtinguts amb les entrades en funció del preu de l'entrada. Quins són els ingressos quan el preu de l'entrada és de 15 €? I quan és de 18 €?

[0,75 punts]

Puntuació de l'apartat 3.2	
----------------------------	--

3.3. A quin preu cal posar l'entrada per a obtenir el màxim d'ingressos? Quins són aquests ingressos?

[1 punt]

Puntuació de l'apartat 3.3	
----------------------------	--

Exercici 4

[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 4	
---------------------------------	--

A en Bernat l'han contractat com a gerent d'una empresa que fabrica paraigües després que el gerent anterior fos acomiadat per no guardar convenientment la documentació. Aquesta empresa fabrica dos models de paraigües: paraigües plegables i paraigües bastó.

Trieu UNA de les dues opcions (A o B) i responeu a les qüestions que s'hi plantegen. **Indiqueu a la portada de l'examen l'opció escollida.**

OPCIÓ A

- 4.1. Fent una anàlisi econòmica del darrer exercici, en Bernat ha descobert que l'empresa va tenir uns ingressos totals de 42.500 € per la venda de paraigües. Tot i així, no hi ha cap document que indiqui quants paraigües de cada tipus es van vendre; només que el preu de venda de cada paraigua plegable era de 25 € i el del paraigua bastó era de 15 €. Regirant entre la documentació, també ha trobat que es va fer servir un total de 2.375 m² de tela impermeable. Per a fabricar un paraigua plegable, es necessita 1 m² d'aquesta tela, mentre que per a un paraigua bastó se'n necessiten 1,5 m².

Sabent que no va quedar cap paraigua al magatzem en finalitzar la temporada, quants paraigües de cada model es van vendre?

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 4.1	
----------------------------	--

- 4.2. Tenint en compte el cost de fabricar i emmagatzemar els paraigües plegables, la funció que determina el benefici, en milers d'euros, que resulta de fabricar aquest producte és $p(x) = x(3 - x)$, en què x representa el nombre de paraigües fabricats, en centenars d'unitats. Considerant els mateixos factors, la funció de benefici dels paraigües bastó és

$$b(x) = -\frac{2}{5}x^2 + 2x.$$

Quins beneficis s'obtindran en total si es fabriquen 100 paraigües de cada tipus? Per a cada model de paraigua, calculeu entre quins valors ha d'estar compresa la variable x perquè l'empresa no tingui pèrdues.

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 4.2	
----------------------------	--

OPCIÓ B

- 4.1. Tenint en compte el cost de fabricar i emmagatzemar els paraigües plegables, la funció que expressa el benefici, en milers d'euros, que resulta de fabricar aquest producte és $p(x) = x(3 - x)$, en què x representa el nombre de paraigües fabricats, en centenars d'unitats. Considerant els mateixos factors, la funció de benefici dels paraigües bastó és

$$b(x) = -\frac{2}{5}x^2 + 2x.$$

L'empresa fabricarà el nombre de paraigües de cada tipus que maximitzi la seva funció de beneficis.

Amb quin dels dos productes es necessita una menor quantitat de paraigües per a assolir el màxim de beneficis? Amb quin dels dos productes s'obtenen més beneficis?

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 4.1	
----------------------------	--

- 4.2. Un dia arriben a l'empresa dos lots de paraigües bastó que havia encarregat el gerent anterior per analitzar dues maneres diferents de tractar la tela impermeable: mitjançant la impregnació amb un nou producte químic o mitjançant un recobriment de tefló. Entre els dos lots, hi ha 60 paraigües amb la tela recoberta de tefló i 80 paraigües impermeabilitzats amb el mètode d'impregnació. Sabem que un 98 % dels paraigües amb recobriment

de tefló aguanten bé la pluja, però només el 95 % dels que han rebut el tractament d'impregnació l'aguanten bé.

En sortir de la feina, cau un xàfec sobtat i en Bernat agafa un dels nous paraigües, però té la mala sort que és un dels defectuosos i queda ben xop. Quina és la probabilitat que el paraigua que ha agafat sigui dels que estan recoberts de tefló?

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 4.2	
----------------------------	--

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a algun exercici.]

Comprovació i 2a correcció:

3a correcció:

Etiqueta de l'estudiant

--



IEC
Institut d'Estudis
Catalans