Districte universitari de Catalunya

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Organització de Proves d'Accés a la Universitat

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què. Puntuació de cada qüestió: 2 punts. Total qüestions: 3 x 2 = 6 punts. Problema: 4 punts. Podeu fer servir qualsevol mena de calculadora llevat de les que treballin amb un sistema operatiu d'ordinador tipus WINDOWS/LINUX.

QÜESTIONS

1. En un sistema hi ha, entre d'altres, aquestes dues equacions:

$$x + 2y - 3z = 5 \quad \text{i} \quad 2x + 4y - 6z = -2.$$

Què podeu dir de les solucions del sistema?

[2 punts]

2. Considereu els vectors de $\mathbb{R}^3$:

$$\vec{v}_1 = (-1,\ 3,\ 4),\ \vec{v}_2 = (2,\ -1,\ -3) \quad \text{i} \quad \vec{v}_3 = (1,\ 2k+1,\ k+3).$$

a) Trobeu l'únic valor de k per al qual aquests vectors **no** són una base de $\mathbb{R}^3$.

b) Per a un valor de k diferent del que heu trobat en l'apartat a), quins són els components del vector $\vec{w} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3$ en la base $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$?

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]

3. Trobeu la distància entre la recta $r: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-1}{-3} = \dfrac{z+2}{3}$ i el pla $\pi: 2x - 3y + 3z + 5 = 0$.

[2 punts]

4. Donats els punts $A = (1, 0, 0)$ i $B\ (0, 0, 1)$:

a) Trobeu un punt C sobre la recta d'equació paramètrica $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + \lambda \\ z = 1 + \lambda \end{cases}$ que faci que el triangle ABC sigui rectangle en C.

b) Trobeu l'àrea del triangle ABC.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]

PROBLEMES

5. Considereu la funció $f(x) = 3 - x^2$ i un punt de la seva gràfica, M, situat en el primer quadrant ($x \geq 0$, $y \geq 0$). Si pel punt M tracem paral·leles als eixos de coordenades, la seva intersecció amb OX i OY determina dos punts, A i B, respectivament.

   a) Feu un gràfic dels elements del problema.
   b) Trobeu les coordenades del punt M que fa que el rectangle $OAMB$ tingui l'àrea màxima.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 3 punts. Total: 4 punts]

6. Considereu la funció

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x + b & \text{si} \quad x < 0 \\ ae^{bx} & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$$

   on a i b són nombres reals.
   a) Quina condició han de complir a i b per tal que f sigui contínua a tot $\mathbb{R}$?
   b) Trobeu els valors de a i b per als quals f sigui contínua però no derivable a tot $\mathbb{R}$.

   c) Per a $a = 1$ i $b = 1$, calculeu $\int_{-1}^{1} f(x)\ dx$.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt; apartat c) 2 punts. Total: 4 punts]