## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2009-2010

# Matemàtiques

## Sèrie 1

**Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.**

**Cada qüestió val 2 punts.**

**Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.**

**1.** Trobeu l'equació general (és a dir, de la forma $Ax + By + Cz + D = 0$) del pla que conté la recta $r_1: \dfrac{x-1}{2} = y = 2 - z$ i és paral·lel a la recta $r_2: \begin{cases} x - y - z = 0 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases}$.

[2 punts]

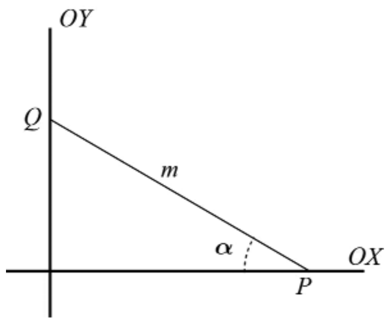
**2.** Donat el sistema d'equacions lineals $\left.\begin{aligned} x + 2y - z &= -1 \\ 2x + y + z &= 4 \\ x - y + (p-3)z &= 5 \end{aligned}\right\}$:

***a***) Estudieu-ne el caràcter (és a dir, si és compatible o no i si és determinat o no) en funció del paràmetre $p$.

***b***) Comproveu que si $p \neq 5$ la solució del sistema no depèn del valor d'aquest paràmetre.

[1,5 punts per l'apartat *a*; 0,5 punts per l'apartat *b*]

**3.** Un segment de longitud fixada $m$ recolza sobre els eixos de coordenades. Calculeu el valor de l'angle $\alpha$ que forma el segment amb l'eix $OX$ perquè el triangle rectangle determinat pel segment amb els eixos i del qual $m$ és la hipotenusa tingui àrea màxima. Comproveu que es tracta realment d'un màxim.




[2 punts]

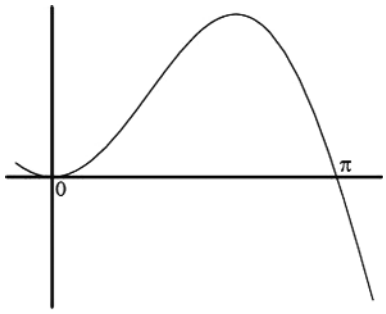
Districte Universitari de Catalunya

**4.** Donades les rectes $r_1: \dfrac{x+5}{3} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-2}{-4}$ i $r_2: \begin{cases} 2x+y+2z+5=0 \\ 2x-y+z+11=0 \end{cases}$:

***a***) Comproveu que són paral·leles.
***b***) Trobeu l'equació general (és a dir, de la forma $Ax + By + Cz + D = 0$) del pla que les conté.

[1 punt per cada apartat]

**5.** La gràfica de la funció $f(x) = x \cdot \sin(x)$ és la següent:




***a***) Trobeu-ne una primitiva.
***b***) Aplicant el resultat de l'apartat anterior, calculeu l'àrea del recinte limitat per la gràfica de la funció $f(x)$ i l'eix d'abscisses des de $x = 0$ fins a $x = \pi$.

[1,5 punts per l'apartat *a*; 0,5 punts per l'apartat *b*]

**6.** Sigui $A = \begin{pmatrix} x & 3 \\ -2 & y \end{pmatrix}$. Trobeu els valors de les variables $x$ i $y$ perquè es compleixi que $A^2 = A$.

[2 punts]

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés

## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2009-2010

# Matemàtiques

### Sèrie 4

**Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.**

**Cada qüestió val 2 punts.**

**Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.**

**1.** Donats el pla $\pi: x + 2y + 3z - 4 = 0$ i els punts $P = (3, 1, -2)$ i $Q = (0, 1, 2)$:

***a***) Calculeu l'equació contínua de la recta perpendicular al pla $\pi$ que passa pel punt $P$.

***b***) Calculeu l'equació general (és a dir, de la forma $Ax + By + Cz + D = 0$) del pla perpendicular a $\pi$ que passa pels punts $P$ i $Q$.

[1 punt per cada apartat]

**2.** Considereu la igualtat matricial $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

***a***) Comproveu si les matrius $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ compleixen o no la igualtat anterior.

***b***) En general, donades dues matrius qualssevol $A$ i $B$ quadrades del mateix ordre, expliqueu raonadament si hi ha alguna condició que hagin de complir perquè la igualtat de l'enunciat sigui certa.

[1 punt per cada apartat]

**3.** Sigui $P(x) = ax^2 + bx + c$ un polinomi qualsevol de segon grau.

***a***) Trobeu la relació existent entre els paràmetres $a$, $b$ i $c$ sabent que es compleix que $P(1) = 0$ i $P(2) = 0$.

***b***) Quan es compleix la condició anterior, indiqueu quins valors pot tenir $P'(3/2)$.

[1 punt per cada apartat]

Districte Universitari de Catalunya

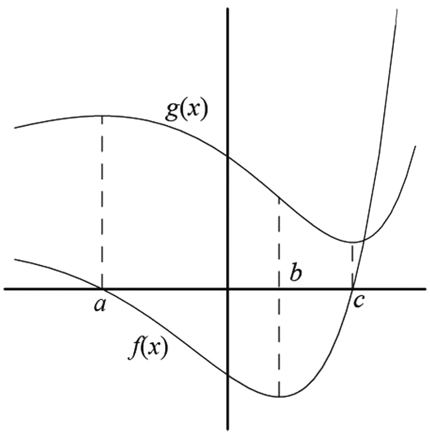
**4.** Hem escalonat la matriu ampliada d'un sistema d'equacions lineals, $A \cdot X = b$, i hem obtingut:

$$\left(A|b\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 2 \\ 0 & a+2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & a-1 & 3 \end{array}\right)$$

***a***) Discutiu aquest sistema en funció del paràmetre *a*.
***b***) Resoleu-lo quan $a = 2$.

[1,5 punts per l'apartat *a*; 0,5 punts per l'apartat *b*]

**5.** En la figura següent es representen dues funcions. L'una és la derivada de l'altra. Decidiu si la funció $f(x)$ és la derivada de la funció $g(x)$ o és a l'inrevés, estudiant què passa en els punts $x = a$, $x = b$ i $x = c$.




[2 punts]

**6.** Siguin $\vec{u}_1 = (-1, 3, 2)$, $\vec{u}_2 = (2, -1, 4)$ i $\vec{u}_3 = (a + 1, a - 1, 4a + 2)$ tres vectors de l'espai vectorial $\mathbb{R}^3$.

***a***) Trobeu el valor del paràmetre *a* per al qual el vector $\vec{u}_3$ és combinació lineal dels vectors $\vec{u}_1$ i $\vec{u}_2$.
***b***) Comproveu que per a $a = 0$ el conjunt $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}$ és linealment independent.

[1 punt per cada apartat]

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
**Organització de Proves d'Accés a la Universitat**

## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2009-2010

# Matemàtiques

## Sèrie 5

**Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.**

**Cada qüestió val 2 punts.**

**Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.**

**1.** Considereu un sistema qualsevol de dues equacions amb tres incògnites. Responeu raonadament a les qüestions següents:

***a***) És possible que el sistema considerat sigui compatible determinat?

***b***) Pot ser incompatible?

[1 punt per cada apartat]

**2.** Donats el punt $P = (1, 0, -2)$ i la recta $r: \dfrac{x-5}{2} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z+3}{-3}$:

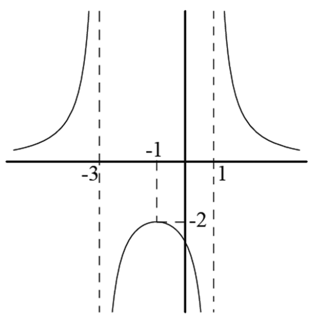
***a***) Trobeu l'equació contínua de la recta que passa pel punt $P$ i talla perpendicularment la recta $r$.

***b***) Calculeu la distància del punt $P$ a la recta $r$.

[1,5 punts per l'apartat *a*; 0,5 punts per l'apartat *b*]

**3.** Determineu el valor dels paràmetres $a$, $b$ i $c$ perquè la gràfica de la funció

$f(x) = \dfrac{a}{x^2 + bx + c}$ sigui la següent:




[2 punts]

Districte Universitari de Catalunya

**4.** Siguin $A$, $B$ i $C$ matrius quadrades d'ordre $n$.

***a***) Expliqueu raonadament si és possible que $\det A \neq 0$, $\det B \neq 0$ i $\det (A \cdot B) = 0$. Si és possible, poseu-ne un exemple.

***b***) Si sabem que $\det A \neq 0$ i que $A \cdot B = A \cdot C$, expliqueu raonadament si podem assegurar que $B = C$.

[1 punt per cada apartat]

**5.** Siguin $r$ i $s$ dues rectes d'equacions

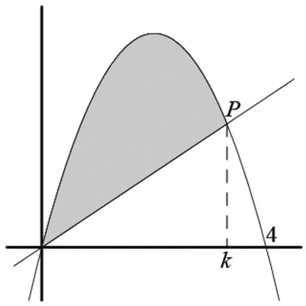
$$r: (x, y, z) = (-4, 3, 4) + t(2, -1, 1)\ ,\quad s: x + 1 = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-a}{3}\ .$$

***a***) Trobeu el valor del paràmetre $a$ perquè aquestes rectes es tallin.

***b***) En el cas en què es tallen, trobeu l'equació general (és a dir, de la forma $Ax + By + Cz + D = 0$) del pla que les conté.

[1,5 punts per l'apartat *a*; 0,5 punts per l'apartat *b*]

**3.** En la figura es mostra la corba $y = x(4 - x)$ i una recta $r$ que passa per l'origen i talla la corba en un punt $P$ d'abscissa $k$, amb $0 < k < 4$.




***a***) Trobeu l'àrea ombrejada, delimitada per la corba i la recta, en funció de $k$.

***b***) Trobeu per a quin valor de $k$ l'àrea de la regió ombrejada és la meitat de l'àrea del recinte limitat per la corba i l'eix $OX$.

[1 punt per apartat]

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés