



## Proves d'accés a la universitat

---

# Matemàtiques

## Sèrie 1

Qualificació		TR
Qüestions	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
Suma de notes parcials		
Qualificació final		

Etiqueta de l'alumne/a

Ubicació del tribunal .....

Número del tribunal .....

---

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

---

Responeu a QUATRE de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2,5 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Podeu utilitzar les pàgines en blanc (pàgines 14 i 15) per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de la qüestió corresponent.

---

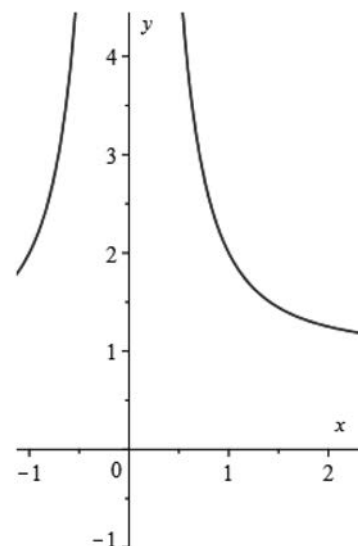
1. Tracem la recta tangent a la funció  $f(x) = \frac{1}{x^2} + 1$  per un punt

$P = (a, f(a))$  del primer quadrant. Aquesta recta juntament amb els eixos de coordenades formen un triangle.

- a) Comproveu que l'àrea d'aquest triangle, en funció de  $a$ , ve donada per la funció

$$g(a) = \frac{(a^2 + 3)^2}{4a}.$$

[1,25 punts]



- b)** En quin punt  $P$  l'àrea del triangle és mínima? Calculeu aquest valor mínim.  
[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 1	$a$	
	$b$	
	Total	

2. Considereu el sistema d'equacions lineals següent, que depèn del paràmetre real  $k$ :

$$\begin{cases} 5x + y + 4z = 19 \\ kx + 2y + 8z = 28 \\ 5x + y - kz = 23 + k \end{cases}$$

**a)** Discussiu el sistema per als diferents valors del paràmetre  $k$ .

[1,25 punts]

**b)** Resoleu, si és possible, el sistema per al cas  $k = 0$ .

[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 2	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

3. **a)** Calculeu l'equació general del pla  $\pi$  que passa pel punt  $(8, 8, 8)$  i té com a vectors directors  $\mathbf{u} = (1, 2, -3)$  i  $\mathbf{v} = (-1, 0, 3)$ .  
[1,25 punts]

**b)** Determineu el valor del paràmetre  $a$  perquè el punt  $(1, -5, a)$  pertanyi al pla  $\pi$  i calculeu l'equació paramètrica de la recta que passa per aquest punt i és perpendicular al pla  $\pi$ .

[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 3	$a$	
	$b$	
	Total	

4. Considereu la funció  $f(x) = \frac{ax^2 + b}{x}$ , en què  $a$  i  $b$  són dos paràmetres reals. Calculeu els valors de  $a$  i  $b$  de manera que la funció  $f(x)$  tingui una asymptota obliqua de pendent 1 i un mínim en el punt de la gràfica d'abscissa  $x = 2$ .  
[2,5 punts]



Espai per al corrector/a		
Qüestió 4	Total	

5. Sigui la matriu  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$ .

**a)** Trobeu la matriu  $X$  que satisfà l'equació  $AX = I - 3X$ , en què  $I$  és la matriu identitat d'ordre 2.

[1,25 punts]

- b)** Comproveu que la matriu  $X$  és invertible i calculeu-ne la matriu inversa.  
[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 5	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

6. Considereu la funció  $f(x) = x^3$ .
- a)** Calculeu en quin punt del tercer quadrant la recta tangent a  $y = f(x)$  és paral·lela a la recta  $3x - y = 4$ . Calculeu l'equació de la recta tangent a la gràfica en aquest punt i feu un dibuix aproximat de la gràfica de la funció i les dues rectes.
- [1,25 punts]

- b)** Calculeu l'àrea de la regió delimitada per  $y=f(x)$  i la recta  $y=3x+2$ .  
[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 6	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

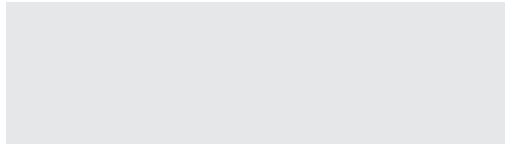
[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

--	--

--	--

Etiqueta de l'alumne/a



Institut  
d'Estudis  
Catalans





## Proves d'accés a la universitat

---

# Matemàtiques

## Sèrie 3

Qualificació		TR
Qüestions	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
Suma de notes parcials		
Qualificació final		

Etiqueta de l'alumne/a

Ubicació del tribunal .....

Número del tribunal .....

---

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

---

Responeu a QUATRE de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2,5 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Podeu utilitzar les pàgines en blanc (pàgines 14 i 15) per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de la qüestió corresponent.

---

1. Sigui  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & a & 1 \end{pmatrix}$ , en què  $a$  és un paràmetre real.

a) Determineu el rang de la matriu  $A$  en funció del paràmetre  $a$ .

[1,25 punts]

**b)** Comproveu que  $\det(A^2 + A) = 0$ .

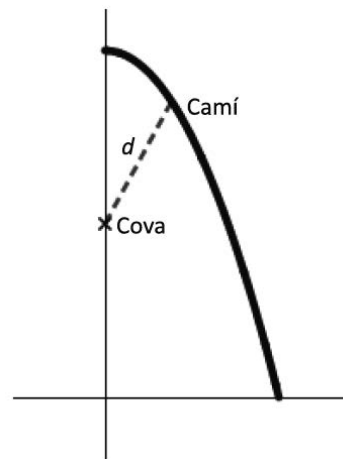
[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 1	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

2. S'han trobat unes pintures rupestres en una cova situada en una zona molt pedregosa. Hi ha un camí que voreja parcialment la cova format per l'arc de corba  $y = 4 - x^2$  d'extremes  $(0, 4)$  i  $(2, 0)$ . La cova està situada en el punt de coordenades  $(0, 2)$ , tal com es mostra en la figura, i es vol habilitar un accés rectilini  $d$  des del camí a la cova que sigui el més curt possible.

- a) Identifiqueu a la gràfica de la figura les coordenades de la cova i del punt del camí des d'on es vol habilitar l'accés. Comproveu que la funció  $f(x) = \sqrt{x^4 - 3x^2 + 4}$  calcula la distància des de cada punt del camí a la cova.

[1,25 punts]



**b)** Calculeu les coordenades del punt del camí que queda més a prop de la cova i digueu quina serà la longitud de l'accés  $d$ .

[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 2	$a$	
	$b$	
	Total	

3. Considereu el sistema d'equacions lineals següent:

$$\begin{cases} ax + y = a \\ x + ay + z = 5 \\ x + 2y + z = 5 \end{cases}$$

**a)** Discuti el sistema per als diferents valors del paràmetre  $a$ .

[1,25 punts]

**b)** Resoleu el sistema per al cas  $a = 2$ .  
[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 3	$a$	
	$b$	
	Total	

4. Sigui la funció  $f(x) = \frac{1}{x} \cdot \ln(x)$ , en què  $\ln$  indica el logaritme neperià, definida per a  $x > 0$ .
- a)** Calculeu les coordenades del punt de la corba  $y = f(x)$  en què la recta tangent a la corba en aquest punt és horitzontal. Estudieu si aquest punt és un extrem relatiu i classifiqueu-lo.
- [1,25 punts]



**b)** Calculeu l'àrea del recinte delimitat per la corba  $y = f(x)$ , les rectes verticals  $x = 1$  i  $x = e$  i l'eix de les abscisses.

[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 4	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

5. Considereu la recta  $r$  d'equació  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{1}$  i la recta  $s$  que passa pel punt  $P = (2, -5, 1)$

i que té per vector director  $(-1, 0, -1)$ .

**a)** Estudieu la posició relativa de les rectes  $r$  i  $s$ .

[1,25 punts]

- b)** Calculeu l'equació general del pla que és paral·lel a la recta  $r$  i conté la recta  $s$ .  
[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 5	$a$	
	$b$	
	Total	

6. Una empresa de ceràmica vol posar a la venda una rajola quadrada de 20 cm de costat pintada a dos colors, de manera que la superfície de cada color sigui la mateixa i que si es posen les rajoles l'una al costat de l'altra es vegi un dibuix continu (figura 1).



Figura 1

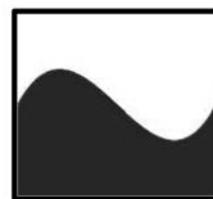


Figura 2

Per a fer-ho, l'empresa utilitza en cada rajola la funció  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$  enquadrada entre els punts de coordenades  $(0, 0)$ ,  $(0, 2)$ ,  $(2, 0)$  i  $(2, 2)$ , tal com es mostra en la figura 2, i fa servir com a unitat de mesura el decímetre.

- a) Justifiqueu que, efectivament, aquesta funció permet ajuntar les rajoles de manera contínua i derivable.

[1,25 punts]

**b)** Justifiqueu que aquesta funció divideix el quadrat esmentat en dues parts que tenen la mateixa superfície.

[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 6	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

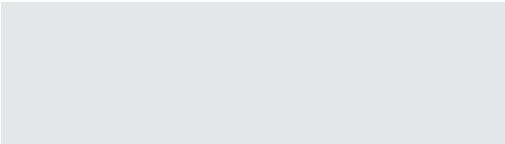
[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

--	--

--	--

Etiqueta de l'alumne/a



Institut  
d'Estudis  
Catalans